

ДВУСТОРОННЕЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (СТО)

Ёлочкин Сергей Владимирович

Аннотация. Являясь важным элементом убеждения людей в истинности Специальной Теорией Относительности (СТО), поскольку новейшие труды бросает ей один из самых больших вызовов.

Ключевые слова: Страна Слепых, абсолютная скорость света, эффект Допплера, форма преобразования координат и времени, преобразование Галилея, преобразование Лоренца, опыт Майкельсона и Морли, одностороннее функциональное преобразование, двустороннее функциональное преобразование, Специальная Теория Относительности (СТО).

Введение.

Старые сказания о затерянной долине и Стране Слепых всплывали в памяти, и в мысли вплеталась припевом старая пословица: «В Стране Слепых и кривой — король».

Г.Уэллс, "Страна Слепых".

В описанной Г.Уэллсом “Страна Слепых”, кроме всего было и такое: “...Поколение сменялось поколением. Они многое забыли, многое изобрели... Во всём, кроме зрения, они были сильными, способными людьми, и волей случая и наследственности среди них родился человек, обладавший самобытным умом и даром убеждения, а за этим и ещё один. Оба оставили по себе след. Маленькая община росла численно и духовно, разрешая встававшие перед нею по мере её роста социальные и экономические задачи...” А ведь могла бы быть и развитие науки, в том числе и науки теории относительности слуха. Крайне интересно представить, что попавший извне в “Страну Слепых” этот самый Нуньес, а затем не только сбежавший обратно в обычный мир, но и стащил даже с собой несколько листков, описанных о теории относительности.

Описать эту теорию относительности слуха достаточно легко.

Создаётся ультразвуковой радар, который подключён к компьютеру. Этот комплекс устанавливается на перроне. На экране мы видим, что люди на приближающемся к нам поезде (смотреть на экране!), двигаются и говорят тем быстрее, чем быстрее движется к нам поезд. После того, как поезд проехал мимо нас, мы теперь можем видеть, что люди на удаляющемся от нас поезде (опять смотреть на экране!), двигаются и говорят тем медленней, чем быстрее движется от нас поезд.

Любой желающий, может на улице слушать музыку, доносящуюся из открытого окна машины, летающую мимо нас. Собственно, нам всем известно о “Эффекте Допплера”.

А теперь попытаемся, как сможем, описать двустороннее функциональное преобразование света. И укажем ещё один эпиграф

Пространство функций, удовлетворяющих некоторым достаточно общим условиям (пространство функций-оригиналов) взаимно однозначно отображается в другое пространство функций (пространство функций-изобразений) так, что операциям дифференцирования и интегрирования в пространстве функций-оригиналов соответствуют более простые операции (конкретно - операции умножения и деления) в пространстве функций-изобразений. [5]

Одностороннее функциональное преобразование в СТО.

Преобразование Лоренца.

Всё записанное ниже, отграничено кавычками и выделено курсивом это та часть, которая полностью составляет с «Берклеевский Курс Физики, том I МЕХАНИКА», Ч.КИТТЕЛЬ, У.НАЙТ, М.РУДЕРМАН, п.11.1.

“Мы будем искать такую форму преобразование координат и времени, чтобы величина скорости света была независимой от движения источника или приёмника. Обозначим без штриха такую система отсчёта S , в которой источник неподвижен. Координаты и время,

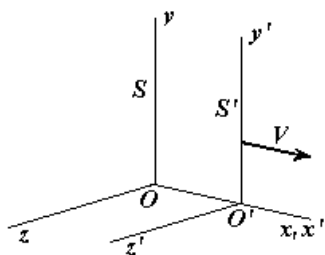


Рис 1.1. S и S' – две инерциальной системы отсчёта. S' движется со скоростью V относительно S .

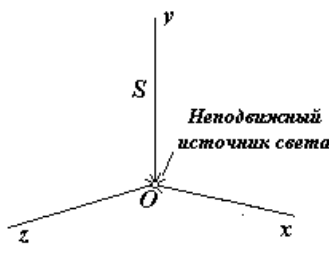


Рис 1.2. Предположим, что в начале координат системы S находится неподвижный источник света.

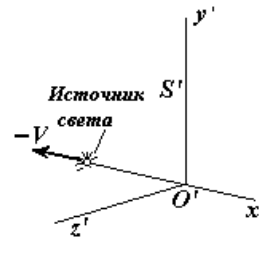


Рис 1.3. В системе S' источник света имеет скорость $-V$.

измеренные наблюдателем в S , мы будем обозначать буквами без штрихов: x, y, z, t . Если источник света находится в начале координат системы отсчёта S , то для света, испускаемого в момент $t=0$, уравнение сферического волнового фронта имеет вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (1)$$

Уравнение (1) описывает сферическую поверхность, радиус которой увеличивается со скоростью c .

Обозначим штрихом движущуюся систему отсчёта S' . Координаты и время, измеренные наблюдателем в этой системе отсчёта, обозначаются буквами со штрихами: x', y', z', t' . Для удобства предположим, что начало отсчёта времени t' совпадают с началом отсчёта t и что в этот совпадающий нулевой момент времени начало координат $x'y'z'$ совпадают с положением источника света в системе S . Тогда для наблюдателя в системе S' уравнение сферического волнового фронта имеет вид:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (2)$$

Величина скорости света c здесь та же, что и в системе отсчёта S .

Предположим, что система отсчёта S' движется в направлении $+x$ с постоянной скоростью V относительно системы отсчёта S . Преобразование Галилея связывает величины, измеренные в двух системах отсчёта, следующими уравнениями:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (3)$$

Если мы подставим (3) в (2), то получим

$$x^2 - 2xVt + V^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2, \quad (4)$$

что, конечно, не согласуется с уравнением (1). Следовательно, преобразование Галилея не удовлетворяет указанному требованию. Если верен закон постоянства скорости света, то должно существовать какое-то преобразование, переходящее при $V/c \rightarrow 0$ преобразование Галилея и преобразующее $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$ в $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$.

Мы ожидаем, что новое преобразование должно просто переводить y' и z' в y и z , потому что y'^2 и z'^2 в уравнении (2) преобразуется в y^2 и z^2 в уравнении (1) без дополнительных усилий. Нужное нам преобразование должно быть линейным относительно x и t , потому что мы хотим получить уравнение сферической поверхности, расширяющейся с постоянной скоростью. Из уравнения (4) ясно видно, что мы не можем оставить без изменения преобразование $t' = t$, если мы хотим сохранить нежелательные слагаемые, потому что для их сокращения, безусловно, что-то должно быть прибавлено к t .

Испытаем сначала преобразование такого вида:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t + fx, \quad (5)$$

Где f – постоянная, значение которой надо определить. Тогда уравнения (2) принимает следующий вид:

$$x^2 - 2xVt + V^2 t^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 + 2c^2 ftx + c^2 f^2 x^2. \quad (6)$$

Заметим, что члены, содержащие произведение xt , сокращаются, если принять

$$f = -\frac{V}{c^2} \quad \text{или} \quad t' = t - \frac{Vx}{c^2} \quad (7)$$

При этом значении можно переписать уравнение (6) таким образом:

$$x^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right). \quad (8)$$

Это уже ближе к уравнению (1), но остаётся нежелательный масштабный множитель $(1 - V^2/c^2)$, на который умножаются x^2 и t^2 .

Мы можем исключить и этот масштабный множитель, придав преобразованию следующий вид:

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad (9)$$

$$(1 - V^2/c^2)^{1/2}$$

$$t' = \frac{t - (V/c^2) x}{(1 - V^2/c^2)^{1/2}}$$

Это и есть **преобразование Лоренца**. Оно линейно относительно x и t ; оно переходит в преобразование Галилея при $V/c \rightarrow 0$; при подстановке в уравнение (2) оно, как и требовалось, преобразует его в следующее уравнение:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2. \quad (10)$$

Таким образом, уравнение

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (11)$$

инвариантно относительно преобразования Лоренца. Уравнение, описывающее волновой фронт, имеет, таким образом, одну и ту же форму во всех системах отсчёта, движущихся с постоянной относительной скоростью. Применение системы уравнений (9) является единственным способом решения всех наших трудностей.” (см. [4], п.11.1)

Далее сделаем сначала два замечания: о **преобразовании Галилея** и об **опыте Майкельсона и Морли**, после чего попробуем описать двустороннее функциональное преобразование Лоренца.

Замечание о преобразовании Галилея, включая скорость света.

“Если мы проанализируем, как два наблюдателя измеряют данные интервалы длины и времени, то мы сможем сравнить результаты измерений других физических величин, произведённых этими наблюдателями.” ([2], с. 90 – 94).

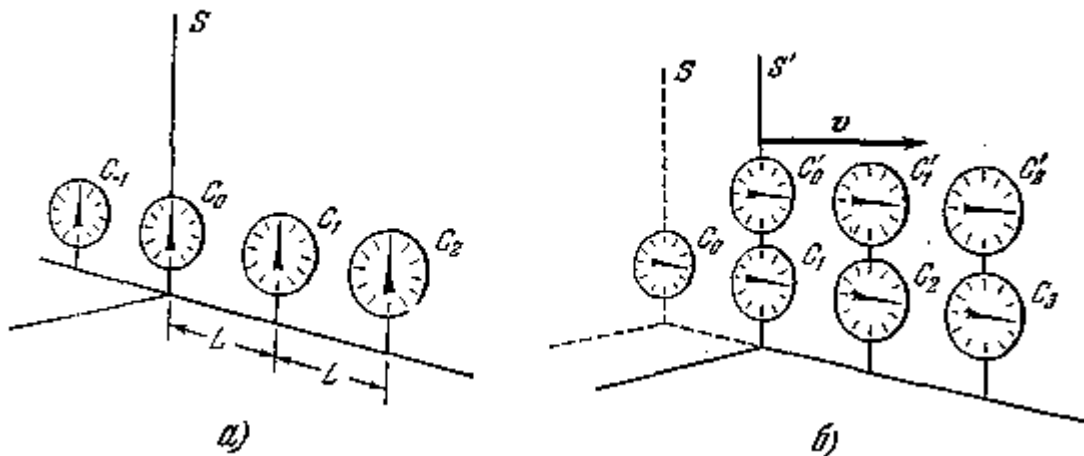


Рис.2 а) Расставим вдоль оси x через интервалы длиной L , синхронизированные часы C_1 , C_2 и т.д., неподвижные относительно системы S . б) Если такие же часы C'_1 , C'_2 и т.д., мы расставим так же неподвижные относительно системы S' , то, согласно преобразования Галилея, наблюдателю в системы S эти часы представляются синхронизированными между собой и с C_1 , C_2 и т.д.

Не переписывая полностью все, указанное в ([2], с. 90 – 94), мы только покажем полученные уравнения преобразования, помня о том, что системы отсчётов S и S' движутся относительно друг друга со скоростью V , (здесь преобразована ф.3):

$$t = t'; x = x' + Vt'; y = y'; z = z'. \quad (12)$$

Казалось бы, всего вышеуказанного достаточно об относительности. Но если только использовать ещё и скорость света (скорости распространения сигнала данных измерений физических величин в воздухе меньше, чем в вакууме), и неподвижность среды (воздух), и относительно системы отсчётов S , т.е. **что мы теперь будем видеть**, всё получится по другому.

Следует помнить, “в преобразовании Галилея приближённо считалась скорость света бесконечно большой. Как говорилось, в противном случае можно простым способом усовершенствовать эту операцию отсчёта, введя поправку на время, необходимую для того, чтобы изображение удалённого предмета достигло наших глаз. Часы, удалённые на l см, будут казаться наблюдателю, отстающему от часов, расположенных непосредственно рядом с ним, на l/c сек, где $c=3 \cdot 10^{10}$ см/сек – скорость света.” ([4], с. 91). И всё это справедливо об **исключительно неподвижных** часов. Если же часы ещё и **движутся** относительно S , то они **замедляются** при удалении и **ускоряются** при приближении, причём вне зависимости от расстояния их в S .

Сначала, нарисуем систему отсчёта. Вместо старых (прежних) часов с круглыми циферблатами со стрелками, вместо них будем использовать электронные часы, исключительно точные, с указыванием числовых значений времени. Кроме того, на оси x нанесём риски, как на линейке. Можно даже сказать, что эти риски нанесены прямо на длинной-длинной рельсе. В качестве системы отсчёта S' будет тележка, со своими часами C' , на тележке штырь, в виде стрелочки, как указка, а так же зеркало, в которую будет с начала координат видно на что указывает эта указка (см. **Рис.3**).

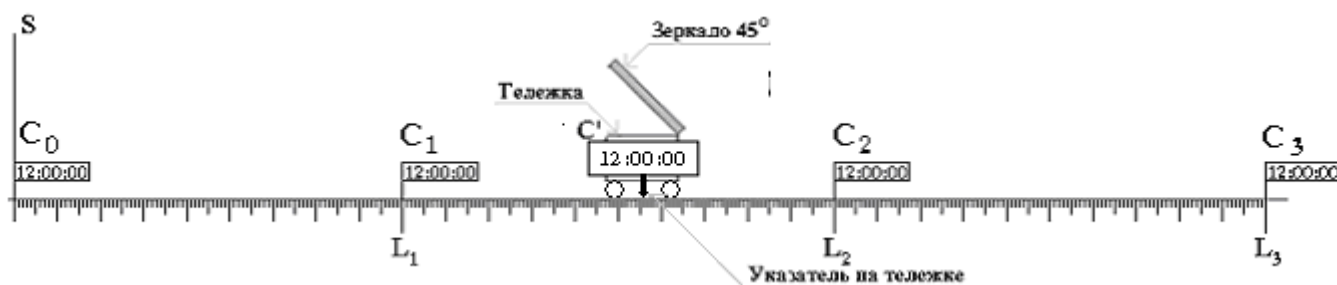


Рис.3 Расставим вдоль оси x через интервалы длиной L , синхронизированные часы C_1, C_2 и т.д., неподвижные относительно системы S .

Вроде всё пока правильно, даже двоеточия моргают синхронно. Но если выберем длины L таковы, чтобы эти длины были в точности тому, что пролетает свет за одну секунду ($\cong 300000000$ км.), то от начала координат можно видеть часы C_1, C_2, C_3 и т.д., все часы будет видно отстающие на 1, 2, 3 и т.д. секунд соответственно. Но даже и при этом, двоеточия все

равно моргают синхронно, кроме, разумеется, часов тележки, если тележка не находится на отметке L_x , двоеочия будут моргать несинхронно. Теперь, (см. **Рис.4**), нарисуем телескоп в начале системы отсчёта, чтобы видеть как все часы, так и значения на что показывают указатель на расстояние через зеркало. Человечков в начале координат и на тележке подразумеваются, но не рисуются (всё таки я не художник).

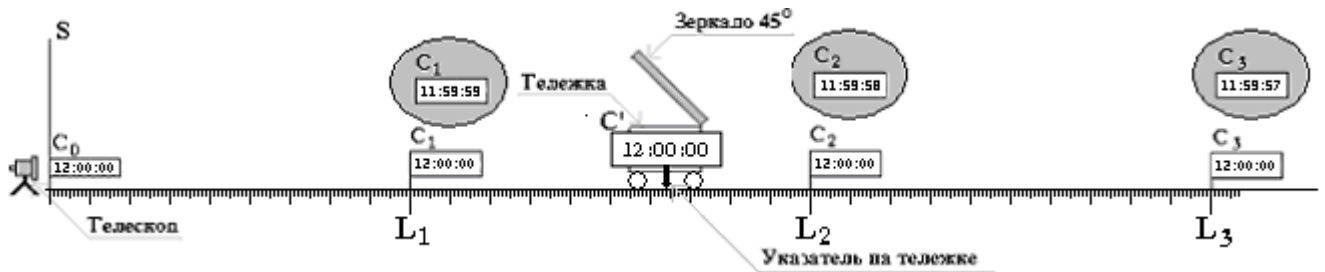


Рис.4 В слегка подкрашенных овалах изображено то, что именно видно в телескоп соответственных часов, которые находятся на соответственных местах.

Теперь попытаемся произвести преобразования систем отсчётов S и S' .

Тележка движется слева направо. Когда проезжает точку отсчёта, засекаются секундомеры C_0 и C'_0 , $t_0=t'_0=0$, $x_0=x'_0=0$. По прошествии Δt , отмечается (на тележке) точку x_1 в момент t_1 , т.е. проехала Δx . Теперь, можем получить скорость относительно $V=\Delta x/\Delta t$. Однако, когда человек, настоящий в начале отсчёта и следящий в телескоп за данными тележки, получаем, что **видит** значения t'_1 и x'_1 , т.е.:

$$\Delta t' = \Delta t (1 - V/c); \Delta x' = \Delta x (1 - V/c); \quad (13.1)$$

При этом же, когда тележка приближается справа, издавек к точке отсчёта, получится:

$$\Delta t' = \Delta t (1 + V/c); \Delta x' = \Delta x (1 + V/c); \quad (13.2)$$

На этом можно дальше и не продолжать, единственно что если перемножать левые и правые уравнения (13.1) и (13.2), а потом извлекать корни, то получится и (13.3):

$$\Delta t' = \Delta t (1 - V^2/c^2)^{1/2}; \Delta x' = \Delta x (1 - V^2/c^2)^{1/2}; \quad (13.3)$$

Замечание об опыте Майкельсона и Морли.

Как известно, скорость света зависит исключительно относительно источника его. Кроме того, известно, что скорость света зависит исключительно относительно среды с конкретной оптической плотностью. А также и скорость света от отражения зеркала имеет то же самое.

Прибор, описанный Майкельсоном и Морли в их статье в 1887 г., поворачивался и направлялся относительно скорости движения Земли по орбите солнечной системы ($V \cong 30$ км/с.). Могли бы выбрать направление орбиты нашей солнечной системы относительно орбиты в нашей Галактики ($V \cong 200$ км/с.). Или относительно любой другой галактики, с любой скоростью, даже в нашу сторону (Андромеда). Поэтому, всё это не имеет никакого смысла, т.к. этот прибор находится на **нашей** Земле и в **нашей** среде (т.е. в нашей атмосфере). Поэтому, поворачивать прибор можно куда угодно, хоть, извините, на пупе извертаться.

Двустороннее функциональное преобразование в СТО.

Второе преобразование Лоренца.

Предположим, что система отсчёта S' движется в направлении $+x, +y, +z$, с постоянной скоростью V относительно системы отсчёта S . Преобразование Галилея связывает величины, измеренные в двух системах отсчёта, следующими уравнениями:

$$x' = x - V_x t, \quad y' = y - V_y t, \quad z' = z - V_z t, \quad t' = t. \quad (14)$$

Если мы подставим (14) в (2), то получим

$$x^2 - 2xV_x t + V_x^2 t^2 + y^2 - 2yV_y t + V_y^2 t^2 + z^2 - 2zV_z t + V_z^2 t^2 = c^2 t^2, \quad (15)$$

что, конечно, не согласуется с уравнением (1). Следовательно, преобразование Галилея не удовлетворяет указанному требованию. Если верен закон постоянства скорости света, то должно существовать какое-то преобразование, переходящее при $V/c \rightarrow 0$ преобразование Галилея и преобразующее $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$ в $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$.

Далее, для того, чтобы не выписывать три уравнения относительно x, y и z , перепишем относительно выражения $r = r(x, y, z)$. Теперь имеет вид:

$$r^2 = c^2 t^2 \quad (16)$$

$$r' = r - Vt, \quad t' = t. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), получается:

$$r^2 - 2rVt + V^2 t^2 = c^2 t^2, \quad (18)$$

Запишем преобразование, переходящее при $V/c \rightarrow 0$ преобразование Галилея и преобразующее $r'^2 = c^2 t'^2$ в $r^2 = c^2 t^2$.

Испытаем сначала преобразование такого вида:

$$r' = r - Vt, \quad t' = t + ft, \quad (19)$$

Где f – постоянная, значение которой надо определить. Тогда уравнения (19) принимает следующий вид:

$$r'^2 - 2rVt + V^2 t^2 = c^2 t^2 + 2c^2 f t r + c^2 f^2 r^2. \quad (20)$$

Заметим, что члены, содержащие произведение rt , сокращаются, если принять

$$f = -\frac{V}{c^2} \quad \text{или} \quad t' = t - \frac{Vr}{c^2} \quad (21)$$

При этом значении можно переписать уравнение (20) таким образом:

$$r^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) = c^2 t^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right). \quad (22)$$

Зная такое равенство в математике $(1 - V^2/c^2) = (1 - V/c)(1 + V/c)$, даже в таких видах, либо сокращая $(1 - V/c)$ с обеих сторон равенства, либо сокращая $(1 + V/c)$ с обеих сторон равенства:

$$r^2 (1 - V/c) = c^2 t^2 (1 - V/c). \quad (23.1)$$

$$r^2 (1 + V/c) = c^2 t^2 (1 + V/c). \quad (23.2)$$

Это уже ближе к уравнению (1), но остаются нежелательные масштабные множители либо $(1-V/c)$, на который умножаются r^2 и t^2 , либо $(1+V/c)$, на который умножаются r^2 и t^2 .

Мы можем исключить и эти масштабные множители, придав преобразованиям следующие виды:

$$r' = \frac{r - Vt}{(1 - V/c)^{1/2}}, \quad t' = \frac{t - (V/c^2) r}{(1 - V/c)^{1/2}} \quad (24.1)$$

$$r' = \frac{r + Vt}{(1 + V/c)^{1/2}}, \quad t' = \frac{t + (V/c^2) r}{(1 + V/c)^{1/2}} \quad (24.2)$$

Это тоже и есть **преобразование Лоренца**. Оно линейно относительно x и t ; оно переходит в преобразование Галилея при $V/c \rightarrow 0$; при подстановке в уравнение (2) оно, как и требовалось, преобразует его в следующее уравнение:

$$r^2 = c^2 t^2. \quad (25)$$

Таким образом, уравнение

$$r'^2 = c'^2 t'^2 \quad (26)$$

инвариантно относительно двустороннего преобразования Лоренца. Уравнение, описывающее волновой фронт, имеет, таким образом, одну и ту же форму во всех системах отсчёта, движущихся с постоянной относительной скоростью. Применение системы уравнений (24.1) и (24.2) являются теперь вторым способом решения всех наших трудностей.

Мысленный эксперимент эффекта Доплера.

Рассказывают, что известный физик Роберт Вуд, проехав однажды на автомашине на красный свет светофора, был остановлен блюстителем порядка. Роберт Вуд, сославшись на эффект Доплера, уверял, что он ехал достаточно быстро и красный свет светофора для него изменился на зеленый. Однако, также нашёлся студент, которому не удалось сдать какой-то экзамен (или зачёт?), но ему удалось настучал блюстителю порядка, что красный сигнал светофора ($\lambda_1=650$ нм) воспринимался как зеленый ($\lambda_2=550$ нм), при этом, скорость должна была быть $v \cong 50000$ км/сек. Поскольку Роберту Вуду стал светить ТАКОЙ штраф за превышение скорости, что ему пришлось оплатить таки нарушение за проезд под красный свет светофора. Стучите, да обрящете.

А теперь рассмотрим такой мысленный эксперимент.

Равномерно и прямолинейно, без каких бы то тряски и ускорений, по железной дороге движется поезд, обустроенный следующим способом. На крыше поезда установлен и горит **монохромный источник жёлтого** цвета. Внутри поезда имеются точные часы и лазерная рулетка, причём и то, и другое синхронизируются с указанным источником света и друг с другом.

Внутри поезда, допустим, люди измеряют линейный стержень в поезде (вдоль дороги), засекают показателя часов (при мелькании столбов с окна поезда), сами люди двигаются, махают руками и ногами, говорят (хоть поют), снимаются всё это по поезвному телевидению и всё в прямом эфире. Скорость поезда выбирается специально, $v \cong 25000$ км/сек

Когда поезд сначала приближается к станции, мы, находясь на этой станции, **видим**, что на крыше поезда горит источник **зелёного** цвета. Когда же, проехав станцию, смотрим вслед поезду и **видим**, что на крыше поезда горит источник **красного** цвета. Таким образом, когда поезд к нам приближается, то часы поезда тикают быстрее станции, т.е. все пассажиры говорят, поют и двигаются быстрее нас, стоящих на перроне, да и линейный стержень в поезде видим короче, чем такой же на перроне. Когда же поезд от нас удаляется, то часы поезда тикают медленнее станции, т.е. все пассажиры говорят, поют и двигаются медленнее нас, стоящих на перроне, да и линейный стержень в поезде видим длиннее, чем такой же на перроне. Таким образом, мы можем **видеть** в поезде совершенно разное, в зависимости от того, в какую сторону и с какой скоростью движется поезд.

А в самом поезде ничего не меняется. Длина стержня измеряется в целых числах длин волн и частоту поездных часов с мельканием столбов в вагонном окне.

Физический эксперимент с техническими измерениями.

Поскольку на мысленный эксперимент все могут наплевать и забыть, попытаемся, как сможем, провести с техническими измерениями относительности Марса.

Если есть возможность получать постоянный сигнал с аппарата Curiosity, гуляющий по Марсу, то за тот период времени, когда Земля удаляется от Марса на $\cong 3000000000$ км (диаметр орбиты Земли), будет видно замедление часов Curiosity. Когда же Земля начнёт приближаться, часы Curiosity мы начнём видеть ускорение времени.

Для начала, когда Марс, Земля и Солнце находятся на одной линии. Расстояние между Марсом и Землёй минимально, см. **Рис. 5**.

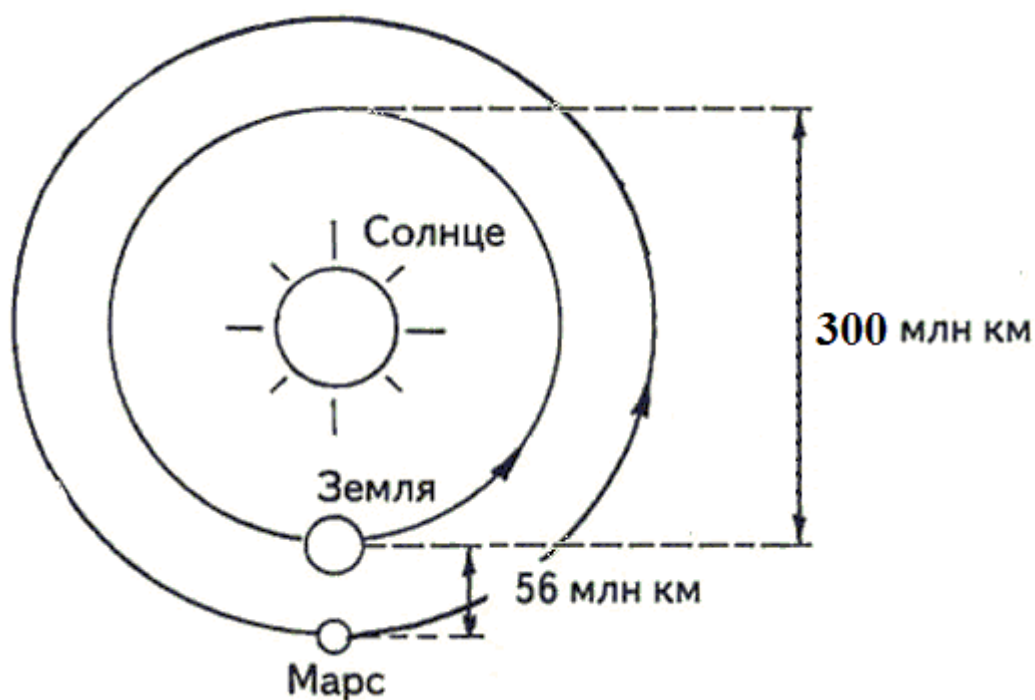


Рис.5 Марс, Земля и Солнце находятся на одной линии. Расстояние между Марсом и Землёй минимально.

В это время запускаются часы на Земле, которые будут совпадать с часами Curiosity на Марсе. Пока значения часов будут одинаковы. Начальные измерения времён начинаем как первые сутки Земли, см. **Рис.6**. Движение на орбитах имеют в направлении против часового хода.

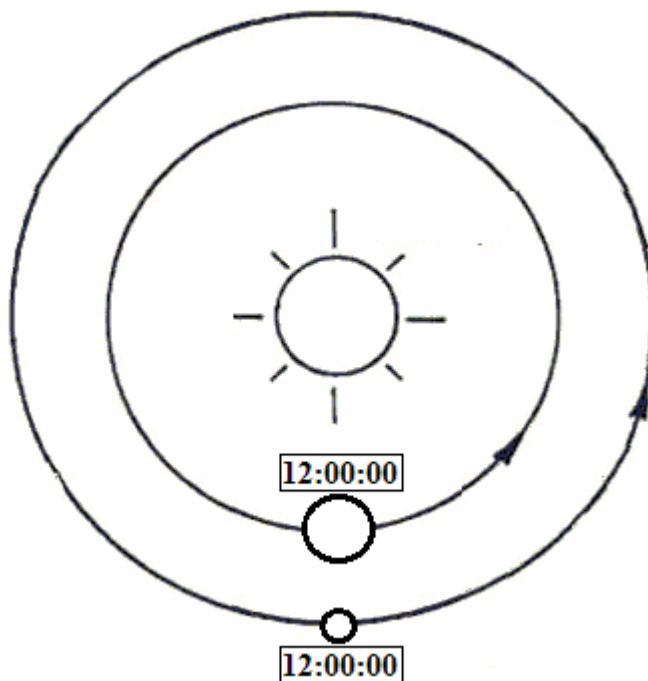


Рис.6 1-е сутки Земли.

В первое время скорости часов будут одинаковы. Но при удалении Земли от Марса будут замедляться часы Curiosity, сначала очень незначительны, но далее, с ускорением удаления

Земли, замедляться все больше и больше. Максимальное замедление часов Curiosity будет замечено на 195-е сутки, значение отставание будут, приблизительно, 8 минут 20 секунд.

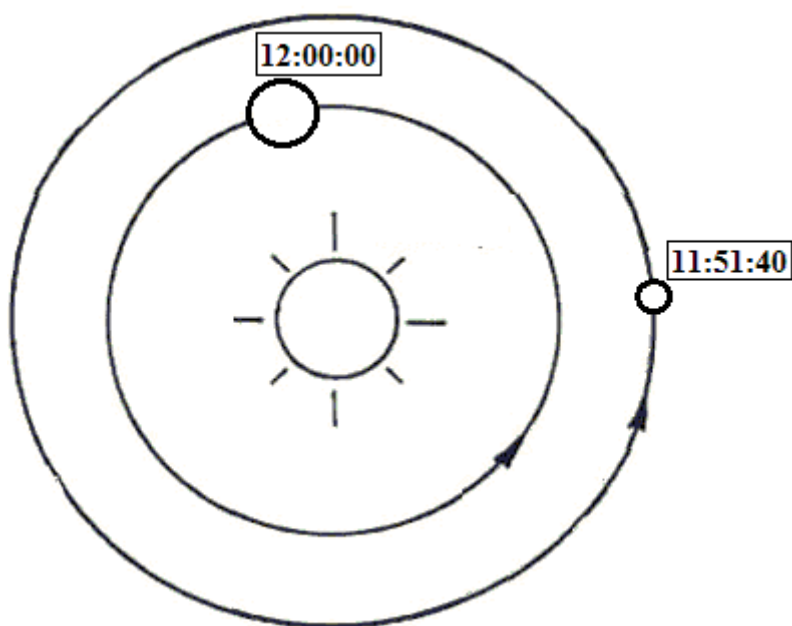


Рис.7 195-е сутки Земли.

Далее, после 195-х суток, скорость отставания часов Curiosity будут уменьшаться, само же отставание будет увеличиваться до 390-х суток. Отставание достигнет 16 минут 40 секунд. При том, что Марс, Солнце и Земля опять будут на одной линии, а время скорости часов будут одинаковы, но при указанном отставании, см. **Рис. 8.**

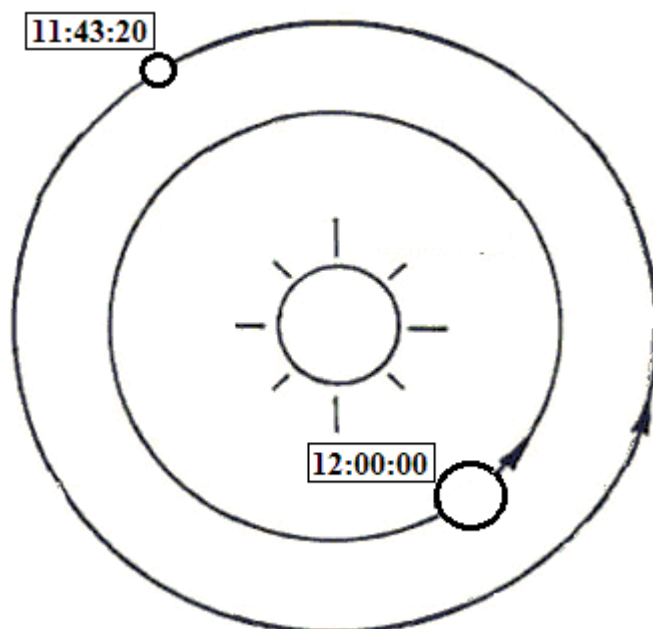


Рис.8 390-е сутки Земли.

Теперь, после 390-х суток, когда движение Земли начнёт всё быстрее приближаться к Марсу, часы Curiosity начнут всё более ускоряться. Отстояние часов Curiosity при этом будет

уменьшаться. Максимальное ускорение часов Curiosity достигнуто 585-е сутки на отставание 8 минут 20 секунд, см. **Рис. 9**.

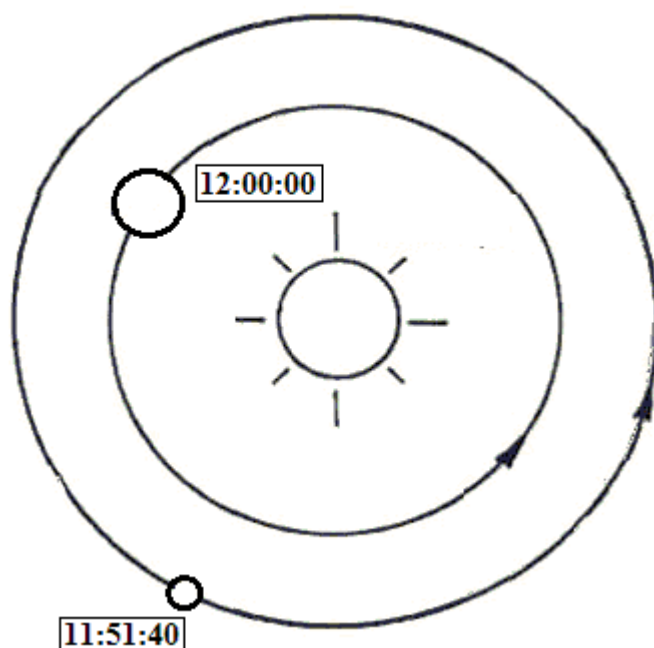


Рис.9 585-е сутки Земли.

После 585-х суток, при замедлении ускорения часов Curiosity, по достижении 780-х суток, Марс, Земля и Солнце вновь будут на одной линии, и вновь часы Curiosity на Марсе и часы на Земле будут их значения одинаковы, см. **Рис.10**.

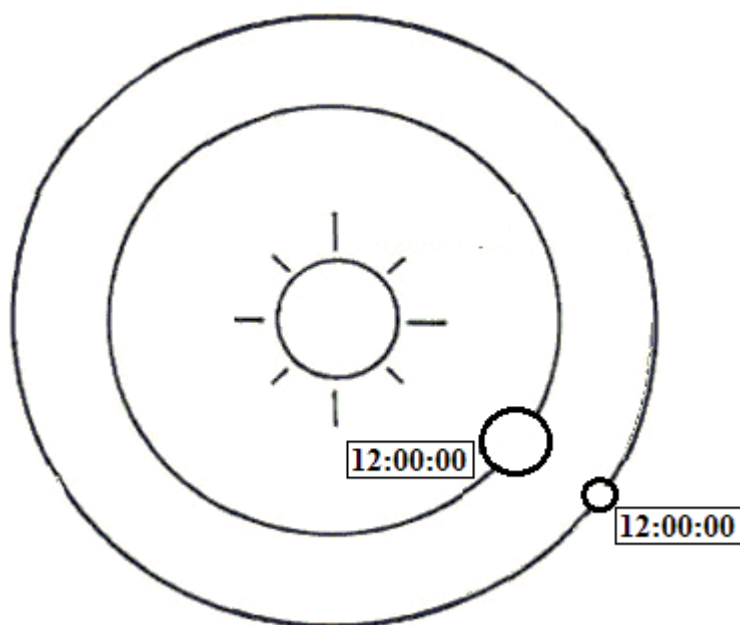


Рис.10 780-е сутки Земли.

В том же случае, что когда нет постоянного сигнала от Curiosity (да хоть это и скрывают), на наше счастье, что у Марса достаточно прозрачная атмосфера. В этом случае, можно измерять скорость вращения Марса при удалении и приближении Земли от Марса.

Заключение.

Повторим, что, как известно, скорость света зависит исключительно относительно источника его. Кроме того, известно, что скорость света зависит исключительно относительно среды с конкретной оптической плотностью. А также и скорость света от отражения зеркала имеет то же самое.

А вот скорость света относительно вакуума ничем не ограничено.

Когда же падает поток света на границу среды ли, на зеркало ли, даёт частоту электромагнитного колебания **на** границе. И, получается, скорость падения света **на** границу могла быть как помедленнее с большей частотой, так и побыстрее с меньшей частотой, частота может быть одинакова, т.е. распространение света **от** границы будет исключительно одинаково от частоты падения **на** границу.

К сожалению, мною написанная статья несколько примитивна, ввиду моей инвалидности. Но ведь найдётся хоть кто-нибудь, кто либо разгромит эту статью (ткнув пальцем в конкретную формулу на конкретное значение), либо будет более обширно и грамотно её использовать.

Список литературы:

1. "Страна Слепых". Герберт Уэллс, 1904.
2. "Вращения галактики противоречат тёмной материи", С.В.Елочкин, Международный научный журнал «Наука через призму времени» №2 (11) 2018. <http://www.naupri.ru/journal/640>
3. " Прецессия параллакса, искривление световых лучей и Общая Теория Относительности", С.В.Елочкин, Международный научный журнал «Наука через призму времени» №3 (12) 2018. <http://www.naupri.ru/journal/719>
4. «Берклевский Курс Физики, том I МЕХАНИКА», Ч.КИТТЕЛЬ, У.НАЙТ, М.РУДЕРМАН,
5. "Справочный по математике (для научных работников и инженеров)", Корн Г., Корн Т. Издательство “Наука”, Москва, 1972 г.
6. “Краткий курс теоретической физики. Книга 1. Механика, Электродинамика.” Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Издательство “Наука”, Москва, 1969 г.