

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ ДЛЯ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ В МОМЕНТ СЪЕМКИ

Гизатуллин Алмаз Тимербулатович

студент магистратуры 2 года обучения

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва

Аннотация. Это исследование посвящено обзору методики вычисления коэффициентов рациональных полиномов RPC для спутниковых снимков. Использование RPC позволяет более эффективно подойти к позиционированию съемочной системы в момент съемки по сравнению с воспроизведением физическом модели камеры. Применение описываемой методики вычислений обеспечит автоматизированный процесс нахождения коэффициентов.

Ключевые слова: коэффициенты рациональных полиномов, RPC, спутниковые снимки.

На сегодняшний день использование коэффициентов RPC играет огромную роль в пространственном согласовании космических снимков в силу возможности в силу относительной простоты выражения системы координат изображения (строка, столбец) через систему пространственных координат (широта, долгота, высота). Оно заменяет физическую модель позиционирования через смещение, масштабирование и вращения, которые представляют собой более сложные операции с данными, чем модель с RPC-коэффициентами.

Вычисление RPC-коэффициентов предполагает собой решение системы уравнений с n неизвестными, где неизвестными являются RPC-коэффициенты [1]. Для формирования этой системы уравнений рассмотрим, что представляет собой модель камеры рациональных полиномиальных функций (RFM – Rational Function Model).

Базовые уравнения модели RFM. Модель RFM обеспечивает связь плоских координат пиксела A (r , s) снимка задаётся как отношение функций рациональных полиномов от пространственных координат соответствующего объекта (X , Y , Z или широта, долгота, высота)[2]:

$$r_A = \frac{Num_{ROW}(X_A, Y_A, Z_A)}{Den_{ROW}(X_A, Y_A, Z_A)}$$
$$s_A = \frac{Num_{SAMP}(X_A, Y_A, Z_A)}{Den_{SAMP}(X_A, Y_A, Z_A)}$$

где r_A – индекс строки (координата пиксела A),

s_A – индекс столбца (координата пиксела A),

X_A , Y_A , Z_A – трехмерные координаты соответствующего объекта.

Степень членов полинома в рассматриваемой модели камеры, как правило, ограничивается $m = 3$, а число переменных равно $n = 3$, поэтому количество членов будет составлять:

$$\frac{(m+n)!}{m!n!} = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

В общем виде полином 3й степени с переменными X, Y и Z можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} p &= \sum_{i=0}^{m1} \sum_{j=0}^{m2} \sum_{k=0}^{m3} a_{ijk} X^i Y^j Z^k = \\ &= a_0 + a_1 Z + a_2 Y + a_3 X + a_4 ZY + a_5 ZX + a_6 YX + a_7 Z^2 + a_8 Y^2 + a_9 X^2 \\ &\quad + a_{10} ZYX + a_{11} Z^2 Y + a_{12} Z^2 X + a_{13} Y^2 Z + a_{14} Y^2 X + a_{15} X^2 Z \\ &\quad + a_{16} X^2 Y + a_{17} Z^3 + a_{18} Y^3 + a_{19} X^3 \end{aligned}$$

где a_{ijk} – коэффициенты рациональных полиномов (RPC).

Учитывая, что число таких функций равно 4 (уравнение 1), количество коэффициентов RPC будет составлять $4 \times 20 = 80$.

Дисторсия оптической проекции выражается членами 1-й степени, коррекция за кривизну Земли, атмосферную рефракцию, дисторсия линзы объектива – членами 2-й степени, и прочие дисторсии (вибрация камеры и др.) – членами 3-й степени.

Для минимизирования ошибок и улучшения численной стабильности уравнений проводят **нормализацию значений координат** (пиксела и объекта) путем смещения и масштабирования к диапазону $[-1,0; +1,0]$ по следующим формулам:

$$q_{NA} = \frac{q_A - q_{OFFSET}}{q_{SCALE}}$$

где буквой q обозначены нормализуемые координаты (r, s, X, Y, Z),

q_0 – значение смещения (offset).

$1/q_s$ – коэффициент масштабирования (scale).

Таким образом, для нахождения 80 коэффициентов нам необходимо использовать как минимум 40 опорных точек с координатами на плоскости (r, s) и в пространстве (X, Y, Z). Для оценки полученных значений RPC количество опорных точек нужно увеличить на порядок (сотни точек). Такое количество точек обеспечивается путём их виртуального моделирования с использованием физической модели сенсора.

Сначала **формируется регулярная сетка точек** $m \times n$. Их общее количество должно быть не менее 40. В результате получатся пары координат точек сетки ((r1, s1), (r2, s2), ..., (rn, sn)).

На следующем этапе **выбираем значения высот** для высотных слоёв, количество которых рекомендуется не менее 3. Исходными данными для выбора высоты служит ЦМР всего мира, поставляемая Геологической службой США (GMTED2010). Высотные уровни

должны лежать в диапазоне высот местности, отображенной на снимке. В результате, получаем совокупность высотных уровней ($H_1, H_2, \dots, H_n$).

Далее составляем систему уравнений для всех точек построенной выше сетки точек и **методом наименьших квадратов находим RPC-коэффициенты:**

$$r = \frac{(1 \ Z \ Y \ X \dots \ Y^3 \ Z^3)(a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{19})^T}{(1 \ Z \ Y \ X \dots \ Y^3 \ Z^3)(b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{19})^T}$$

$$c = \frac{(1 \ Z \ Y \ X \dots \ Y^3 \ Z^3)(c_0 \ c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{19})^T}{(1 \ Z \ Y \ X \dots \ Y^3 \ Z^3)(d_0 \ d_1 \ d_2 \ \dots \ d_{19})^T}$$

Оценка точности RPC производится путем вычисления среднеквадратической ошибки уравнений, которые они образуют. Исходными данными для оценки служит уплотнённая в 2 раза сеть виртуальных $2n \times 2n \times 2m$ точек с координатами.

Таким образом, вычисление RPC – достаточно важной составляющей позиционирования космических снимков представляет собой, с одной стороны, сложную систему решений, с другой – легко автоматизируется и обеспечивает широкий потенциал для дальнейшего применения спутниковых изображений.

Список литературы:

1. Описание Rational Functional Model [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://geotiff.maptools.org/STDI-0002_v2.1.pdf (11.01.2017).
2. Tao, C.V. A comprehensive study of the rational function model for photogrammetric processing / C. V. Tao, Y. Hu // Photogrammetric engineering and remote sensing. – 2001. – Vol. 67(12). – P. 1347-58